

VII. ORGANOS ACUMULADORES DE ENERGIA.

15. RESORTES.

1. RESORTES. SU CLASIFICACION.

Todos los cuerpos de material elástico se deforman bajo la acción de una carga y acumulan trabajo, mientras que en la descarga deshacen dicha deformación y devuelven el trabajo acumulado. Parte de este trabajo, es devuelto en forma de energía potencial, parte se transforma en calor por rozamiento interno intermolecular, y parte produce deformación permanente. En los resortes, el trabajo devuelto se obtiene en mayor grado dándoles una configuración adecuada y eligiendo para los mismos un material adecuado.

Su clasificación puede hacerse atendiendo a:

a) Su aplicación:

- Acumuladores de trabajo: Juguetes, relojería, etc.
- Amortiguadores de choques: Resortes para suspensión de ejes.
- Repartición de esfuerzos: Carga sobre las ruedas de los vehículos.
- Limitadores de esfuerzos: Prensas, válvulas, etc.
- Medidores de fuerzas: Dinamómetros.
- Elementos de oscilación: Cribas oscilantes, transportadores de sacudida, etc..

b) Su forma de trabajo:

- Tracción.
- Compresión.
- Etc.

c) Su forma geométrica:

- Cilíndricos o helicoidales.
- Cónicos.

- Espirales.
- Ballestas.
- Etc.

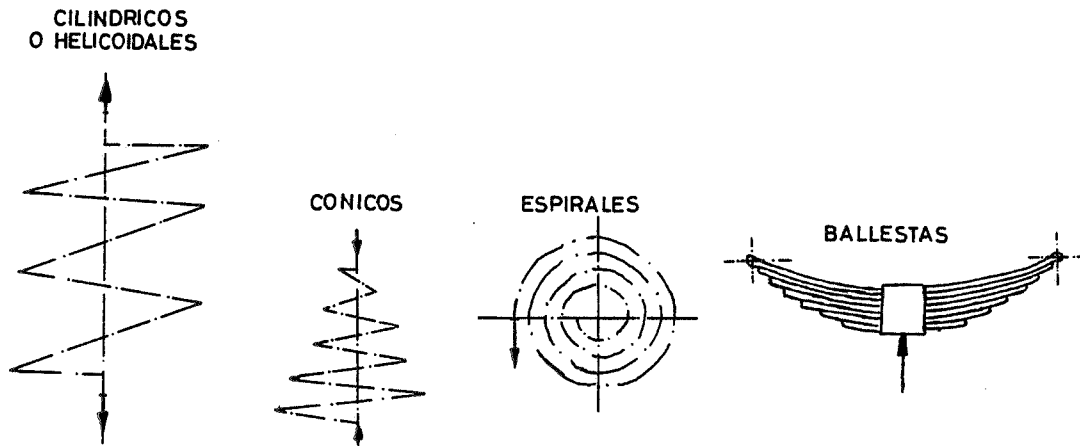


fig.15.1

2. CURVAS CARACTERISTICAS.

Son las obtenidas en una representación cartesiana, en la que en abscisas representamos las deformaciones f , y en ordenadas los esfuerzos P , fig.15.2.

Se obtienen, para diferentes resortes, las curvas a, b ó c, en función de la dureza del resorte de forma que cuanto más inclinada sea la curva tanto más duro será el resorte.

Caso a: La característica del resorte es $C = \frac{dP}{df} = \text{constante}$

Caso b: La dureza del resorte crece con f y $\frac{dP}{df} \neq \text{constante}$

Caso c: La dureza del resorte decrece, se hace cada vez más blando. Como ejemplos podemos poner los muelles de suspensión de vehículos (característica b) o los amortiguadores (característica c).

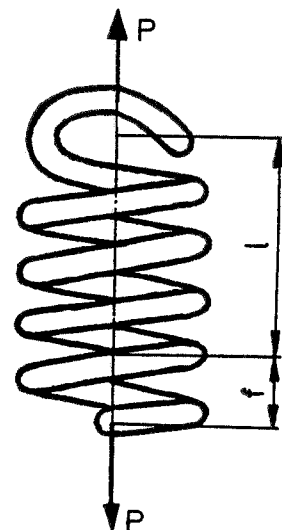
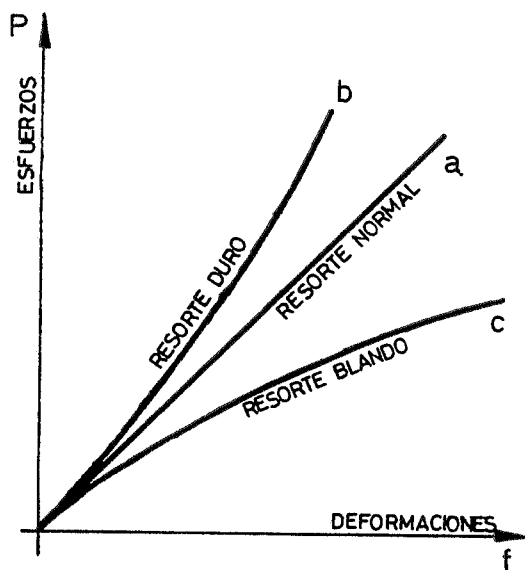


fig.15.2

3. ENERGIA ABSORBIDA POR UN RESORTE.

La energía absorbida nos viene dada por el espacio rayado en las figuras 15.3 y 15.4, y significa la capacidad de trabajo del resorte. Vamos a estudiarla para las distintas curvas características.

Característica a:

$$W = \int P_1 \cdot df_1 = \int_0^f P \frac{f_1}{f} df_1$$

$$\frac{P_1}{f_1} = \frac{P}{f}$$

$$P_1 = P \frac{f_1}{f}$$

$$W = \frac{P}{f} \int f_1 \cdot df_1$$

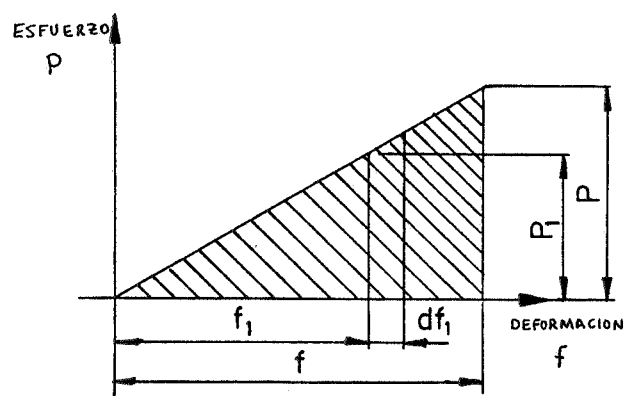


fig.15.3

$$W = \frac{P}{f} \left[\frac{f_1^2}{2} \right]_0^f = \frac{P}{f} \frac{f^2}{2} = \frac{1}{2} P \cdot f \quad (15.1)$$

En este caso, coincide con el área del triángulo.

Características b y c:

$$W = \int (P + dP) \cdot df = \int P \cdot df = \text{área rayada.} \quad (15.2)$$

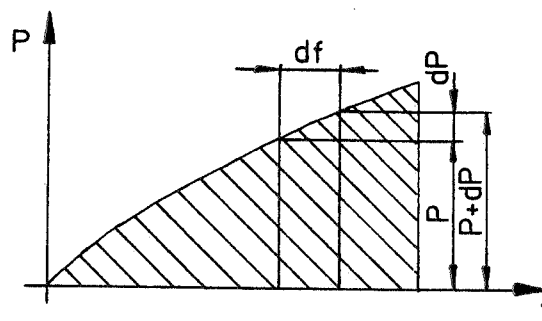


fig.15.4

En el caso de un resorte anular, tenemos:

P = Fuerza de carga.

P' = Fuerza de descarga.

τ_c = Trabajo absorbido por el muelle (zona rayada verticalmente).

τ_D = Trabajo cedido (zona rayada horizontalmente).

τ_R = Trabajo de rozamiento (diferencia entre las dos zonas).

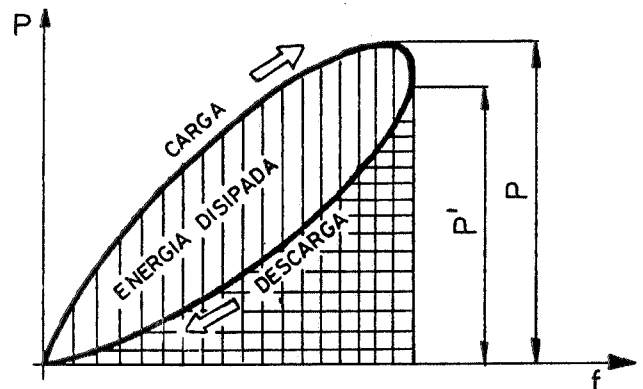


fig.15.5

Definimos la constante de recuperación K_E

$$K_E = \frac{\text{Trabajo disipado}}{\text{Trabajo absorbido}} = \frac{\tau_c - \tau_D}{\tau_c} = 1 - \frac{\tau_D}{\tau_c} \quad (15.3)$$

4. CALCULO DE UN RESORTE HELICOIDAL SOMETIDO A UN ESFUERZO AXIAL. RESORTE DE PEQUEÑO PASO.

4.1 Determinación del diámetro del alambre d.

Supongamos el resorte de la fig.15.6, cuyo diámetro es D, y sus espiras están formadas por un alambre de diámetro d. Sobre el resorte está actuando una carga P ó -P que le somete a tracción o compresión. Si seleccionamos una espira, podemos suponer que se encuentra sometida a torsión y cortadura.

Analizando estos efectos tenemos:

- Debido a la **torsión**, determinamos τ_o

$$\tau_o = \frac{M_t}{W_o}$$

siendo

$$M_t = \frac{1}{2} P \cdot D$$

$$W_o = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

y sustituyendo

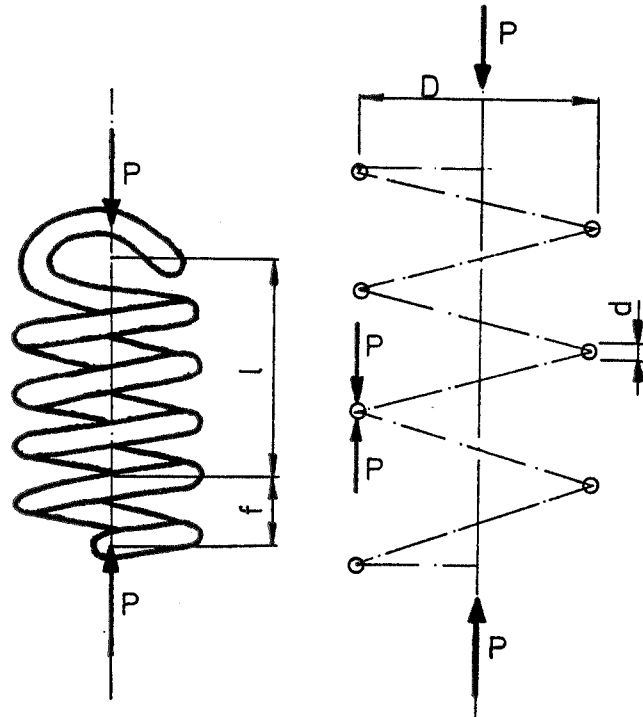


fig.15.6

$$\tau_o = \frac{P \cdot D / 2}{\pi \cdot d^3 / 16} = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3} \quad (15.4)$$

- Debido a la cortadura

$$\tau_1 = \frac{P}{S} = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot d^2} \quad (15.5)$$

- Superponiendo ambos efectos

$$\tau = \tau_o \pm \tau_1 = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3} \pm \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot d^2}$$

siendo con + la fatiga máxima y con - la mínima

$$\tau = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3} \left(1 \pm \frac{1}{2} \frac{d}{D} \right) =$$

y si $1/c = d/D$

$$\tau = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3} \left(1 \pm \frac{0.5}{c} \right) = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3} K \quad (15.6)$$

siendo K el factor de arrollamiento o de Wahl.

Por tanto, podemos escribir que

$$\tau = K \cdot \tau_o \leq \tau_{adm} \quad (15.7)$$

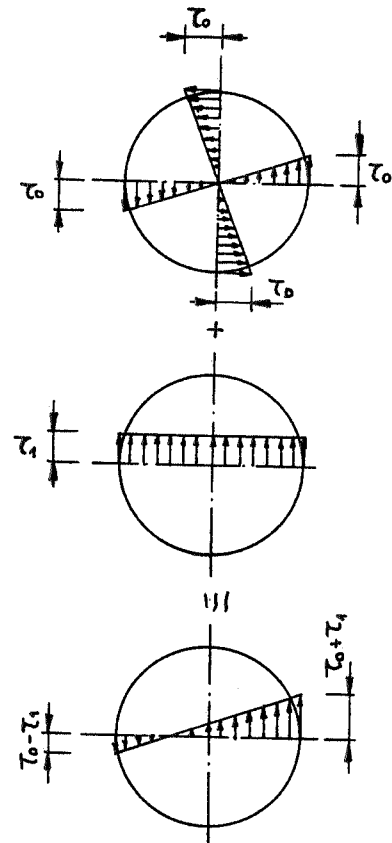


fig.15.7

En las expresiones obtenidas no se ha tenido en cuenta la curvatura del resorte. Si se tiene en cuenta, el valor de K, nos viene dado por la siguiente expresión

$$K = \frac{4 \cdot c - 1}{4 \cdot c - 4} + \frac{0.615}{c} \quad (15.8)$$

en esta expresión, $\frac{4 \cdot c - 1}{4 \cdot c - 4}$, corrige por curvatura y $\frac{0.615}{c}$, corrige por cortante transversal.

4.2 Cálculo de la flecha en un resorte de pequeño paso.

El cálculo de la flecha, o deformación que se obtiene en el resorte cuando se encuentra sometido a una carga P , de tracción o de compresión, puede realizarse por el método de Castigliano o por la energía de deformación.

Si llamamos $\Delta l = f$, a la deformación cuando actúa P , siendo P una carga que varía de P a 0 y a P , la energía de deformación elástica debida a la carga P , nos vendrá dada por el área comprendida en la figura, si tomamos en abscisas las deformaciones y en ordenadas los esfuerzos

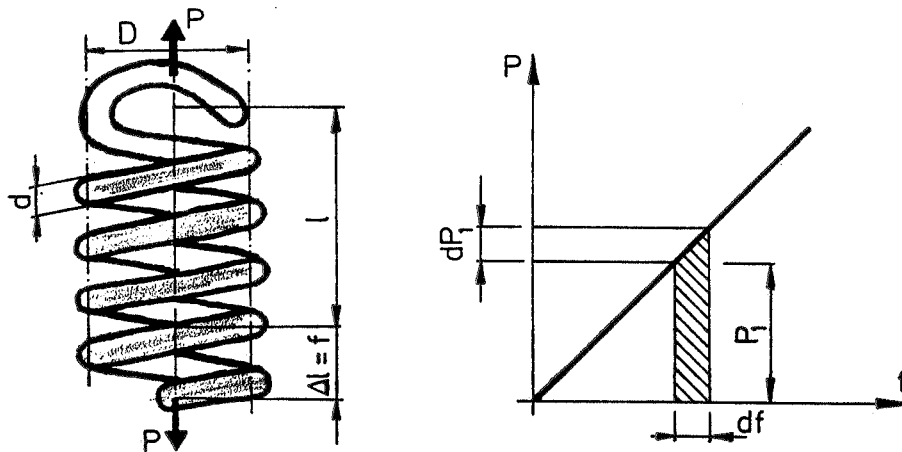


fig.15.8

$$W = \frac{1}{2} P \cdot f$$

El momento torsor será

$$M_t = P \cdot D/2$$

y la energía de deformación por torsión varía de M_t a 0 y a M_t , y su valor nos viene dado por la expresión

$$\tau = \frac{1}{2} M_t \cdot \theta$$

siendo el valor de θ el dado por

$$\theta = \frac{M_t \cdot l}{I_o \cdot G}$$

por lo que la energía elástica almacenada será:

$$\tau_E = \frac{1}{2} \frac{M_t^2 \cdot l}{I_o \cdot G}$$

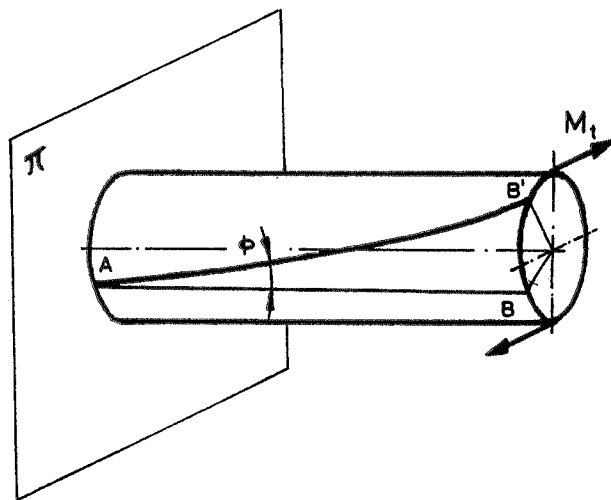


fig.15.9

Igualando la energía elástica con la energía de deformación por torsión nos queda

$$\frac{1}{2} P \cdot f = \frac{1}{2} \frac{M_t^2 \cdot \ell}{I_o \cdot G}$$

es decir

$$f = \frac{M_t^2 \cdot \ell}{P \cdot I_o \cdot G}$$

operando en la expresión anterior se obtiene la siguiente relación

$$f = 8 \frac{P \cdot D^3 \cdot n}{G \cdot d^4} \quad (15.9)$$

siendo

$$I_o = \pi d^4 / 32$$

$$M_t = \pi \cdot d \cdot n / 2$$

$$l = \pi \cdot D \cdot n \text{ (longitud del resorte estirado)}$$

$$n = \text{número de espiras}$$

4.3 Constante de recuperación.

Se define como el cociente entre la carga que actúa y la deformación obtenida.

$$K = \frac{P}{f} = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D^3 \cdot n} \quad (15.10)$$

4.4 Energía almacenada por unidad de volumen.

Algunas veces es interesante conocer este valor, y para calcularlo haremos:

$$\text{volumen} = V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \pi \cdot D \cdot n = \frac{\pi^2}{4} D d^2 n$$

$$\text{energía absorbida} = K_v = \frac{W_E}{V} = \frac{2 \cdot M_t^2}{I_o \cdot G \cdot \pi \cdot d^2} \quad (15.11)$$

5. RESORTES HELICOIDALES DE GRAN PASO.

5.1 Cálculo del diámetro del alambre d.

Si la separación entre espiras es elevada, el cálculo de la fatiga se hará de la forma siguiente

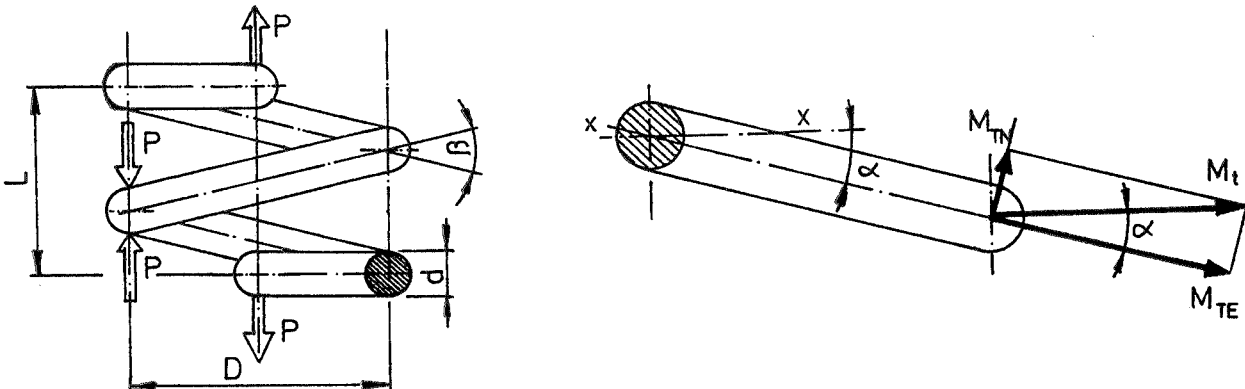


fig.15.10

Debido al esfuerzo P, el momento en una espira puede descomponerse en

$$\begin{aligned} M_{TE} &= M_t \cdot \cos \alpha \\ M_{TN} &= M_t \cdot \sin \alpha \end{aligned}$$

en donde M_{TE} hace trabajar al resorte a torsión y M_{TN} hace trabajar al resorte a flexión, y $M_t = P \cdot D/2$.

- Debido a M_{TE} , el valor de θ se obtiene como se indica a continuación:

$$\tau = \frac{M_{TE}}{W_o} = \frac{16 \cdot M_{TE}}{\pi \cdot d^3} = \frac{16}{\pi} \frac{M_t \cdot \cos \alpha}{d^3} = \frac{8}{\pi} \frac{P \cdot D \cdot \cos \alpha}{d^3} = \beta \cdot \cos \alpha \quad (15.11)$$

- Debido a M_{TN} , el valor de σ se obtiene;

$$\sigma = \frac{M_{TN}}{W_x} = \frac{32 \cdot M_{TN}}{\pi \cdot d^3} = \frac{32}{\pi} \frac{M_t \cdot \sin \alpha}{d^3} = \frac{16}{\pi} \frac{P \cdot D \cdot \sin \alpha}{d^3} = 2 \cdot \beta \cdot \sin \alpha \quad (15.12)$$

Las tensiones máximas y mínimas pueden obtenerse por las expresiones de Mohr

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \sigma_{\text{adm}}$$

$$\tau_{\max} = \tau_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \tau_{\text{adm}}$$

sustituyendo los valores obtenidos para las tensiones máximas

$$\sigma_1 = \beta \sin \alpha \pm \frac{1}{2} \sqrt{4 \cdot \beta^2 \cdot \sin^2 \alpha + 4 \cdot \beta^2 \cdot \cos^2 \alpha} = \beta \cdot \sin \alpha \pm \beta =$$

$$= \frac{8}{\pi} \frac{P \cdot D}{d^3} (\sin \alpha \pm 1) \leq \sigma_{adm} \quad (15.13)$$

$$\tau = \frac{1}{2} \sqrt{4 \cdot \beta^2 \cdot \sin^2 \alpha + 4 \cdot \beta^2 \cdot \cos^2 \alpha} = \beta \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \beta =$$

$$= \frac{8}{\pi} \frac{P \cdot D}{d^3} \leq \tau_{adm} \quad (15.14)$$

5.2. Cálculo de la flecha en resortes de gran paso.

El proceso de cálculo es el mismo que se ha seguido anteriormente

$$W = \frac{1}{2} P \cdot f = W_{TE} + W_{TN} \quad (15.15)$$

- Trabajo debido al efecto de torsión

$$W_{TE} = \frac{1}{2} M_{TE} \cdot \theta$$

siendo el valor de θ

$$\theta = M_{TE} \cdot l / G \cdot I_o$$

por lo que sustituyendo

$$W_{TE} = \frac{1}{2} \frac{M_{TE}^2 \cdot \ell}{G \cdot I_o}$$

siendo $I_o = 2 \cdot I_x$ y $M_{TE} = M_t \cdot \cos \alpha$, nos queda

$$W_{TE} = \frac{1}{2} \frac{M_t^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \ell}{G \cdot 2 \cdot I_x} \quad (15.16)$$

- Trabajo debido al efecto de flexión

$$W_{TN} = \frac{1}{2} M_{TN} \frac{1}{r}$$

siendo

$$\frac{1}{r} = \text{curvatura} = \frac{M_f}{E \cdot I_x}$$

esto es para una deformación unitaria, por lo que para una deformación de una longitud ℓ , tenemos

$$\frac{1}{r} = \frac{M_f \cdot \ell}{E \cdot I_x}$$

y sustituyendo en la expresión del trabajo

$$W_{TN} = \frac{1}{2} M_{TN}^2 \frac{\ell}{E \cdot I_x} = \frac{1}{2} \frac{M_t^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \ell}{E \cdot I_x} \quad (15.17)$$

sustituyendo en la expresión del trabajo total

$$W_T = \frac{M_t^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \ell}{2 \cdot G \cdot 2 \cdot I_x} + \frac{M_t^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \ell}{2 \cdot E \cdot I_x} = \frac{M_t^2 \cdot \ell}{4 \cdot I_x} \left(\frac{\cos^2 \alpha}{G} + \frac{2 \cdot \sin^2 \alpha}{E} \right)$$

y sustituyendo en la ecuación (15.15)

$$\frac{1}{2} P \cdot f = \frac{M_t^2 \cdot \ell}{4 \cdot I_x} \left(\frac{\cos^2 \alpha}{G} + \frac{2 \cdot \sin^2 \alpha}{E} \right)$$

y despejando f

$$f = \frac{(P \cdot D/2)^2 \cdot \ell}{2 \cdot I_x \cdot P} \left(\frac{\cos^2 \alpha}{G} + \frac{2 \cdot \sin^2 \alpha}{E} \right) = \frac{P \cdot D^2 \cdot \ell}{8 \cdot I_x} \Psi \quad (15.18)$$

estando tabulado el valor de Ψ .

Para n, espiras la longitud del alambre será

$$\ell = n \cdot l_1 = \frac{n \cdot \pi \cdot D}{\cos \alpha}$$

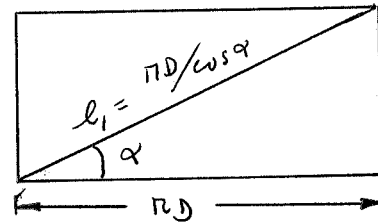


fig.15.11

Y sustituyendo en la ecuación (15.18) el valor de la longitud y el de la inercia I_x , tenemos

$$f = \Psi \frac{P \cdot D^2 \cdot \pi \cdot D \cdot n / \cos \alpha}{8 \cdot \pi \cdot d^4 / 64} = 8 \cdot \Psi \frac{P \cdot D^3 \cdot n}{\cos \alpha \cdot d^4} \quad (15.19)$$

6. RESORTES CONICOS.

Sea el resorte de la fig.15.12, sometido a un esfuerzo P .

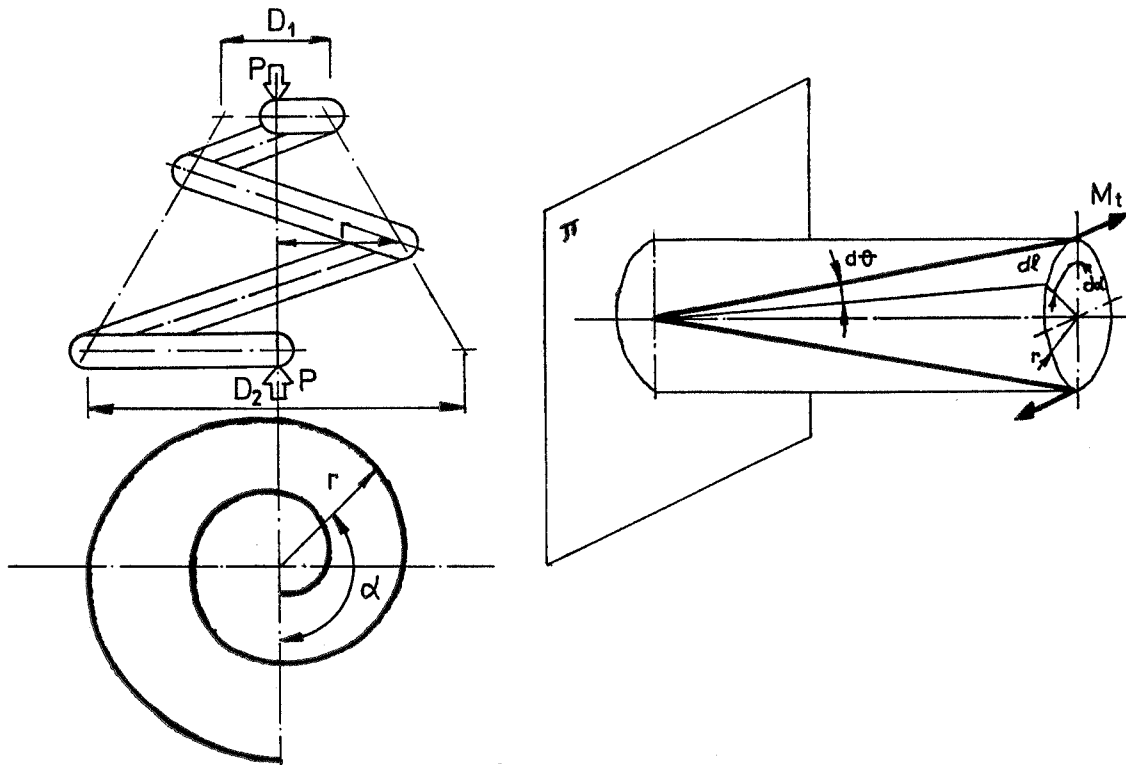


fig.15.12

El trabajo de deformación por torsión sabemos que es

$$dW = \frac{1}{2} M_t \cdot d\theta \quad (15.20)$$

en la que

$$d\theta = \frac{M_t \cdot dl}{G \cdot I_o}$$

$$dl = r \cdot d\alpha$$

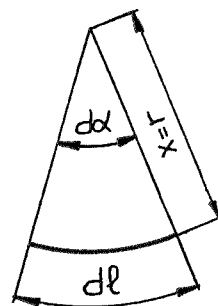


fig.15.13

$$M_t = \frac{1}{2} P \cdot D = P \cdot r$$

sustituyendo en (15.20) tenemos

$$dW = \frac{1}{2} \frac{M_t^2 \cdot dl}{G \cdot I_o} = \frac{1}{2} \frac{P^2 \cdot r^2}{G \cdot I_o} r \cdot d\alpha$$

e integrando

$$W = \frac{1}{2} \frac{P^2}{G \cdot I_o} \int_0^{2\pi n} r^3 \cdot d\alpha = \frac{1}{2} \frac{P^2}{G \cdot I_o} \int_0^{2\pi n} \left(R_1 + \frac{R_2 - R_1}{2 \cdot n} \alpha \right)^3 \cdot d\alpha$$

la expresión $r = R_1 + \frac{R_2 - R_1}{2 \cdot n} \alpha$, representa la proyección horizontal de la

línea media del resorte en función de R_1 , R_2 , α y n .

Igualando las expresiones de los trabajos

$$W = \frac{1}{2} P \cdot f = 8 \frac{P^2 \cdot n}{G \cdot d^4} (R_1^2 + R_2^2) \cdot (R_1 + R_2) \quad (15.21)$$

de donde

$$f = \frac{16 \cdot P \cdot n}{G \cdot d^4} (R_1^2 + R_2^2) \cdot (R_1 + R_2) \quad (15.22)$$

Dimensinado:

Para el dimensionamiento, tenemos que la fatiga máxima es cuando, $\alpha = 2 \cdot \pi \cdot n$ ó cuando $M_{t \max} = P \cdot R_2$.

Si lo hacemos de sección circular, tendremos

$$\tau = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} K = \frac{16 \cdot P \cdot R_2}{\pi \cdot d^3} K \leq \tau_{adm} \rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot P \cdot R_2 \cdot K}{\pi \cdot \tau_{adm}}} \quad (15.23)$$

siendo K la constante de Walh.

7. RESORTES EN ESPIRAL.

Supongamos el resorte de la fig.15.14 sometido a un esfuerzo P, en un extremo. Para una sección media, el momento que obtendremos nos viene dado por

$$M_x = P \cdot x$$

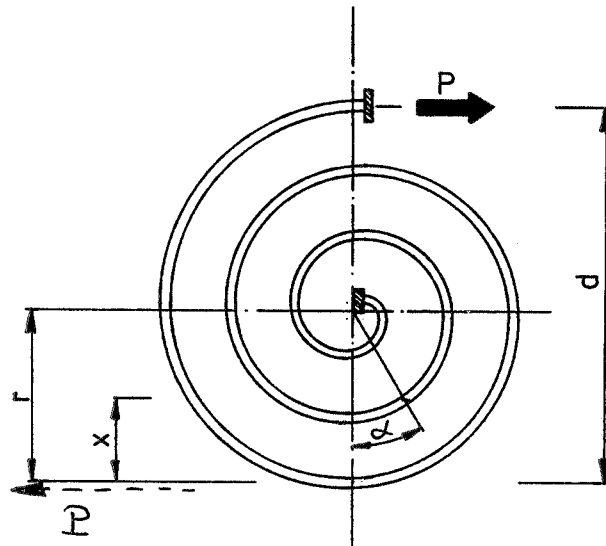
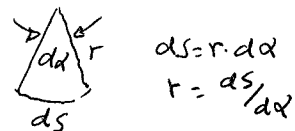


fig.15.14

También sabemos que el radio de curvatura nos viene dado por

$$r = \frac{E \cdot I_x}{M} = \frac{ds}{d\alpha} \quad \text{ó} \quad \frac{1}{r} = \frac{M}{E \cdot I_x}$$



en donde $d\alpha$, representa el ángulo de deformación obtenido al aplicar un momento diferencial

$$d\alpha = \frac{M \cdot ds}{E \cdot I_x} = \frac{P \cdot x \cdot ds}{E \cdot I_x}$$

integrando

$$\alpha = \frac{P}{E \cdot I_x} \int x \cdot ds = \frac{P}{E \cdot I_x} \int_0^{2\pi r} x \cdot r \cdot d\alpha = \frac{P \cdot l \cdot r}{E \cdot I_x} \quad (15.23)$$

expresión que nos indica lo que se arrolla el resorte al aplicarle un esfuerzo P.

Generalmente, la sección del alambre se hace rectangular, por lo que para el dimensionamiento hemos de tener en cuenta que $I_x = b \cdot h^3 / 12$ y que el mayor momento flector se produce en los extremos

$$M_o = 2 \cdot P \cdot r = P \cdot d$$

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

por lo que

$$\sigma = \frac{M_o}{W_o} = \frac{6 \cdot P \cdot d}{b \cdot h^2} \leq \sigma_{adm} \quad (15.24)$$

de donde podemos obtener los valores de b y de h.

8. RESORTE DE BALLESTA.

Este tipo de resorte consiste en una serie de láminas (platabandas), unidas mediante abrazaderas y pernos capuchinos, apoyado en sus extremos y sometido a un esfuerzo P, fig.15.15

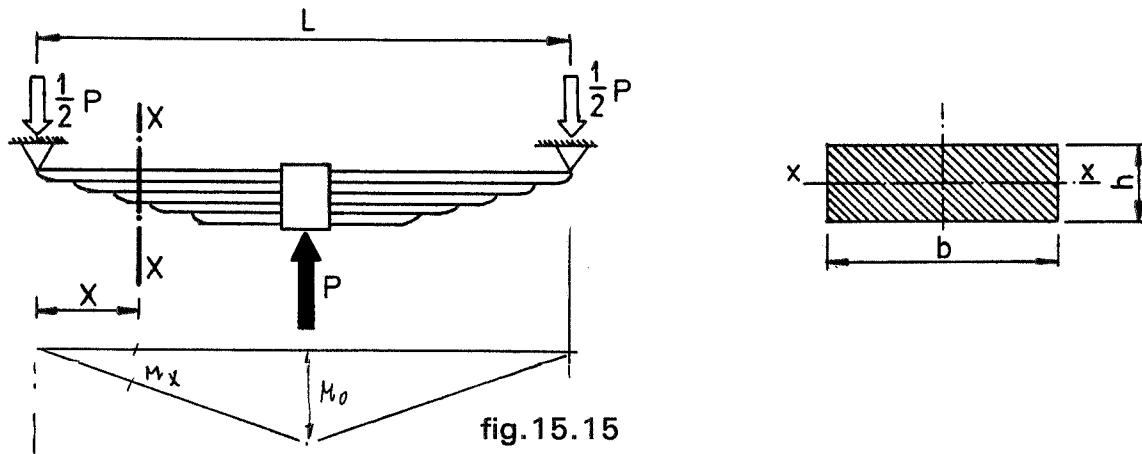


fig.15.15

8.1 Determinación del número de láminas

Si n_o es el número total de láminas y n_x es el número de láminas de una sección determinada, la fatiga máxima de flexión será

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} \quad (15.25)$$

y la fatiga en una sección determinada será

$$\sigma_x = \frac{M_x}{W_x} \quad (15.26)$$

siendo

$$W_o = n_o \cdot W_1$$

$$W_x = n_x \cdot W_1$$

$$W_1 = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

sustituyendo en (15.25) y (15.26) las expresiones anteriores

$$\sigma_o = \frac{M_o}{n_o \cdot W_1} \quad \sigma_x = \frac{M_x}{n_x \cdot W_1}$$

como

$$M_x = \frac{1}{2} P \cdot x \quad \text{y} \quad M_o = \frac{1}{2} P \frac{L}{2} = \frac{1}{4} P L$$

y los módulos resistentes son iguales, podemos poner

$$\frac{P \cdot L}{4 \cdot n_o} = \frac{P \cdot x}{n_x} \quad \rightarrow \quad \frac{L}{2 \cdot n_o} = \frac{x}{n_x}$$

de donde obtenemos el número de láminas en la sección x-x.

$$n_x = 2 \cdot n_o \frac{x}{L} \quad (15.27)$$

Si conocemos la ley de momentos, podemos obtener otra expresión que nos de a conocer el número de láminas a colocar en una sección determinada en función del número máximo de láminas y de los valores de los momentos.

$$\frac{\sigma_o}{\sigma_x} = \frac{M_o/W_o}{M_x/W_x} = \frac{M_o \cdot W_x}{M_x \cdot W_o} \quad \text{y como ha de ser } \sigma_o = \sigma_x, \text{ tenemos}$$

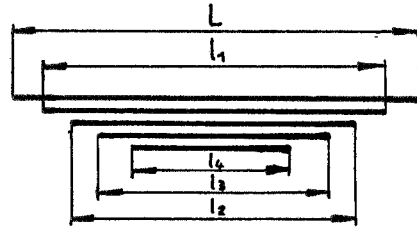
$$\frac{M_o \cdot W_x}{M_x \cdot W_o} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{M_o}{M_x} = \frac{W_o}{W_x} = \frac{n_o \cdot W_1}{n_x \cdot W_1}$$

$$\frac{M_o}{M_x} = \frac{n_o}{n_x} \rightarrow n_x = n_o \frac{M_x}{M_o} \quad (15.28)$$

Para determinar el número de láminas total de la ballesta

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} = \frac{P \cdot L / 4}{n_o \cdot b \cdot h^2 / 6} =$$

$$= \frac{3}{2} \frac{P \cdot L}{n_o \cdot b \cdot h^2} = \frac{3}{2} \frac{P \cdot L}{b \cdot h^2} \frac{1}{n_o} \leq \sigma_{adm}$$



de donde

fig.15.16

$$n_o \geq \frac{3}{2} \frac{P \cdot L}{b \cdot h^2 \cdot \sigma_{adm}} \quad (15.29)$$

Fijando n_o , determinaremos la longitud L , conocido el diagrama de momentos flectores obtendremos las diferentes longitudes L_1, L_2, \dots fig.15.16.

8.2. Cálculo de la flecha en resortes de ballesta.

Partimos de la expresión de la energía de deformación por flexión

$$dW = \frac{1}{2} M_f \frac{1}{r} dx$$

$$\frac{1}{r} = \frac{M_f}{E \cdot I_x}$$

$$dW = \frac{1}{2} \frac{M_x^2 \cdot dx}{E \cdot I_x}$$

y como

$$\left\{ \begin{array}{l} M_x = \frac{P}{2} x \\ I_x = n_x \cdot I_1 \\ n_x = 2 \cdot n \frac{x}{L} \end{array} \right.$$

$$dW = \frac{1}{2} \frac{\frac{P^2}{4} x^2 \cdot dx}{E \cdot n_x \cdot I_1}$$

que integrando

$$W = \frac{1}{8} \frac{P^2}{E \cdot I_1} 2 \int_0^{L/2} \frac{L \cdot x^2}{2 \cdot n \cdot x} dx = \frac{P^2 \cdot L^3}{2^6 \cdot E \cdot I_1 \cdot n} \quad (15.30)$$

Igualando las energías de deformación elástica y por flexión, nos queda

$$\frac{1}{2} P \cdot f = \frac{P^2 \cdot L^3}{2^6 \cdot E \cdot I_1 \cdot n}$$

de donde despejando f

$$f = \frac{P \cdot L^3}{2^5 \cdot E \cdot I_1 \cdot n}$$

y al ser $I_1 = b \cdot h^3 / 12$, resulta

$$f = \frac{P \cdot L^3}{2^5 \cdot E \cdot \frac{b \cdot h^3}{2^2 \cdot 3} \cdot n} = \frac{1.5 \cdot P \cdot L^3}{4 \cdot b \cdot h^3 \cdot E \cdot n}$$

pero se toma como expresión general la siguiente

$$f = \frac{K}{4} \frac{P \cdot L^3}{E \cdot n \cdot b \cdot h^3} \quad (15.31)$$

Este resorte no se construye plano, sino con una curvatura inicial que coincide con el valor de la flecha, de tal forma que una vez cargados nos quede plano (contraflecha).fig.15.17

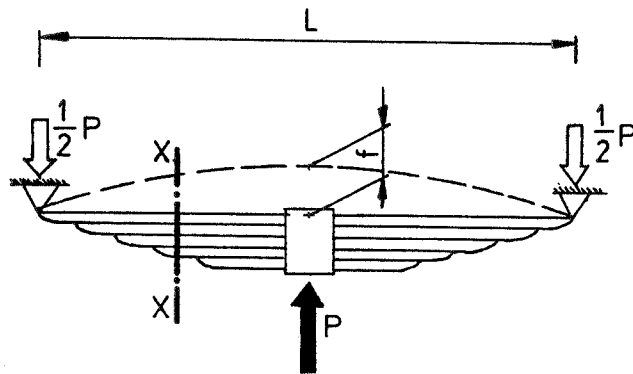


fig.15.17

9. EXTREMOS DE LOS RESORTES.

Los extremos de los resortes pueden ser:

- Simples.
- Rebajados simples.
- A escuadra.
- Rebajados a escuadra.

La elección de la forma, fig.15.18, depende del número de espiras útiles, y éstas afectan a la longitud del resorte, tanto a la libre como a la efectiva, tal y como se indica en la tabla siguiente

EXTREMO	número de espiras	longitud útil	longitud libre
Simple	n	$(n + 2)d$	$np + d$
Rebajado simple	n	nd	np
Escuadra	$n + 2$	$(n + 3)d$	$np + 3d$
Rebajado a escuadra	$n + 2$	$(n + 2)d$	$np + 2d$

En la que: p = paso, d = diámetro del alambre, $n = n^{\circ}$ de espiras

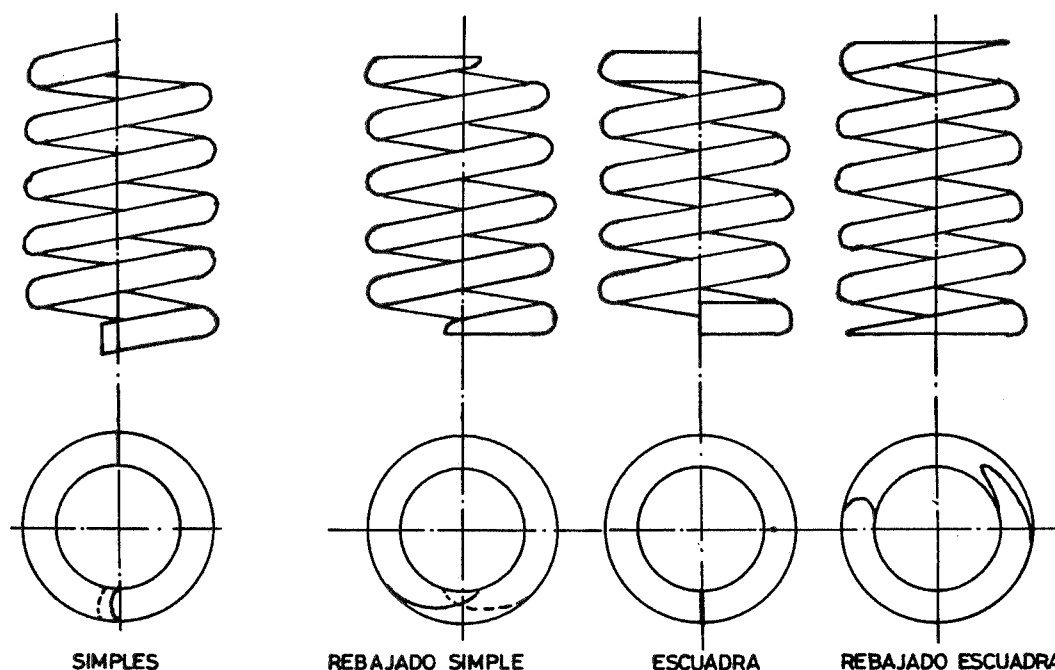


fig.15.18

10. PANDEO EN RESORTES SOMETIDOS A COMPRESION.

Si la longitud libre es mayor que cuatro veces el diámetro medio, a menos que el resorte se guíe, la carga crítica axial que causa el pandeo puede calcularse aproximadamente por la expresión

$$F_{cri} = K \cdot L_f \cdot K_L \quad (15.32)$$

siendo

F_{cri} la carga axial de pandeo en N.

K la constante elástica de deformación axial, en N/mm.

L_f la longitud libre del resorte en mm.

K_L un factor que depende de la relación L_f/D , que está tabulado a continuación.

EXTREMOS ARTICULADOS		EXTREMOS EMPOTRADOS	
$\frac{L_f}{D}$	K_L	$\frac{L_f}{D}$	K_L
1	0.72	1	0.72
2	0.63	2	0.71
3	0.38	3	0.68
4	0.20	4	0.63
5	0.11	5	0.53
6	0.07	6	0.38
7	0.05	7	0.26
8	0.04	8	0.19

11. EFECTOS DE RESONANCIA.

Los resortes helicoidales, pueden presentar pulsaciones cuando se apliquen cargas repetidamente con una frecuencia próxima a la elástica del resorte. Para evitar esta posibilidad la frecuencia del resorte debe de ser mayor o igual a 20 veces la frecuencia de la carga aplicada.

La frecuencia para una espira de acero f_n , expresada en ciclos por segundo, puede ser determinada por la siguiente expresión

$$f_n = \frac{35808 \cdot d}{n \cdot D^2} \quad (15.33)$$

siendo

n el número de espiras del resorte.

D el diámetro de resorte en cm.

d el diámetro del alambre en cm.

f_n el número de ciclos/s.

Diámetros y resistencias mínimas a tracción del alambre para resortes de acero

diámetro mm	Resistencia mínima a tracción N/mm ²		
	Cuerda de piano	Templado al aceite	Estirado en frío
9.208		1236	1157.6
8.407		1245.8	1177.2
7.785		1255.7	1206.6
7.188		1265.5	1226.2
6.667		1275.3	1236
6.190		1285	1255.7
5.723		1295	1275.3
5.258		1304.7	1304.7
4.877		1344	1314.5
4.496		1373.4	1344
4.115		1412.6	1373.4
3.767	1736.3	1442	1393
3.429	1775.6	1481.3	1412.6
3.061	1805	1510.7	1442
2.680	1844.3	1550	1481.3
2.324	1893.3	1579.4	1520.5
2.032	1932.5	1618.6	1560
1.829	1971.8	1657.9	1598.2
1.587	2011	1697	1628.4
1.372	2870	1736.4	1667.7
1.207	2099.3	1775.6	1707
1.041	2158.2	1824.6	1756
0.884	2217.8	1873.7	1795.2
0.805	2246.5	1922.7	1824.6
0.726	2276		1864
0.655	2315		
0.584	2354.4		
0.518	2393.6		
	a	b	c

Para torsión se empleará 0.6 de la de tracción
Módulo de elasticidad transversal: $G = 78970 \text{ N/mm}^2$
Tensión de fluencia a tracción:

Tipo a: 0.60 0.75 de la tensión de tracción
Tipo b: 0.70 a 0.85 de la tensión de tracción
Tipo c: 0.60 de la tensión de tracción.

Tensiones de trabajo recomendadas a cortadura, N/mm². Resortes helicoidales de acero a compresión

diámetro del alambre mm	Trabajo duro	Trabajo medio	Trabajo ligero
hasta 2.16	412.0	510.1	637.6
2.16 a 4.70	372.8	470.8	578.8
4.70 a 8.13	333.5	412.0	510.0
8.13 a 13.47	284.5	353.1	441.4
13.48 a 24.64	245.2	304.1	382.6
24.66 a 38.10	215.8	274.7	343.3

Para bronce emplear el 0.5 de los valores anteriores